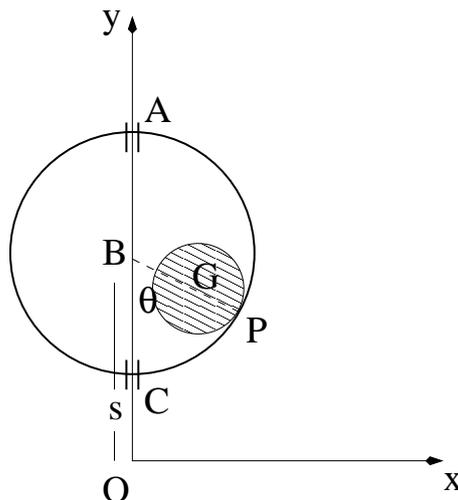


Compito di Meccanica Razionale e Analitica

4 Settembre 2009

(usare fogli diversi per esercizi diversi)

Primo Esercizio



Si fissi un sistema di riferimento Oxy , con asse Oy verticale ascendente. Si consideri il sistema meccanico piano formato da una guida anulare omogenea di massa m_A e raggio R e da un disco omogeneo di massa m_D e raggio $r < R$. L'anello può muoversi di moto traslatorio rispetto a Oxy , mantenendo il suo centro B sull'asse Oy , ed il disco può rotolare senza strisciare all'interno dell'anello. Sul sistema agisce la forza di gravità, di accelerazione g , e le reazioni vincolari sviluppate dall'asse Oy sull'anello nei suoi punti A, C sono normali all'asse stesso.

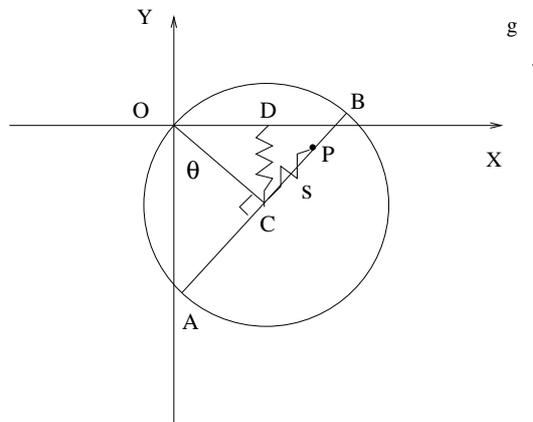
- Scrivere le equazioni di Lagrange utilizzando come variabili l'ordinata s del punto B e l'angolo θ che il segmento BO forma con BP , dove P è il punto di contatto tra disco e anello;
- ritrovare le equazioni del punto a) usando le equazioni cardinali della dinamica.

Secondo Esercizio

In un piano verticale OXY è mobile il sistema composto da:

- un'anello circolare omogeneo γ di massa m e raggio R , avente un punto fisso in O , ed in grado di ruotare attorno ad un asse passante per O e ortogonale al piano dell'anello;
- un punto P di massa m libero di muoversi su un diametro AB dell'anello perpendicolare al raggio CO , dove C è il centro dell'anello;
- una molla di costante elastica k e lunghezza a riposo nulla che collega il centro C dell'anello con la sua proiezione D sull'asse X ;
- una molla di costante elastica k e lunghezza a riposo nulla che collega il centro C dell'anello con il punto P .

Sul sistema agisce la forza di gravità, con accelerazione $-g \hat{y}$ (\hat{y} è il versore dell'asse Y). Si assumano come coordinate lagrangiane l'angolo θ (misurato in senso antiorario) che il raggio CO forma con la direzione negativa dell'asse Y e l'ascissa s del punto P sul raggio AB .



- Scrivere l'energia cinetica del sistema.
- Studiare le posizioni di equilibrio e la loro stabilità.