

CORSO DI SISTEMI DINAMICI

COMPITO D'ESAME

Prof. Andrea Milani - Dott. G.F. Gronchi

3 Luglio 2009

Esercizio 1: (sistema lineare?)

Esercizio 2: Si consideri il sistema gradiente con potenziale

$$\mathcal{U}(x, y) = \arctan(2x^2 + y^2 - 1) - \arctan(x^2 + 2y^2 - 1) .$$

1) Si trovino tutti i punti di equilibrio e se ne discuta la stabilità.

2) Si dimostri che l'insieme $\{(x, y) : y > |x|\}$ fa parte del bacino di attrazione di $(0, 1)$.

Esercizio 3: Si completi ad una trasformazione canonica $\Phi : (p, q) \rightarrow (w, z)$ la relazione

$$w(p, q) = (p^3 + p^2 + p + 1)e^q$$

trovando una funzione generatrice della forma $F(p, w)$. Si utilizzi la trasformazione Φ per trovare la soluzione generale del sistema hamiltoniano

$$\begin{cases} \dot{p} = -(p^3 + p^2 + p + 1)e^q \\ \dot{q} = (3p^2 + 2p + 1)e^q \end{cases} .$$