

Primo compitino di Istituzioni di Fisica Matematica
20 Novembre 2013
(usare fogli diversi per esercizi diversi)

Primo Esercizio

Un punto materiale P di massa unitaria si muove in un campo di forze centrale

$$\mathbf{F}(\rho) = f(\rho) \mathbf{e}_\rho \quad , \quad f(\rho) = -\frac{3}{\rho^4} + \frac{\alpha}{\rho^3}$$

con α parametro reale.

- a) Studiare qualitativamente il moto del punto P al variare del parametro α e del modulo del momento angolare ℓ .
- b) Sia $\alpha = 1$ e si supponga che il punto P , al tempo iniziale, si trovi ad una distanza unitaria dal centro di forza O con una velocità di modulo unitario perpendicolare al raggio vettore ($P - O$). Calcolare l'equazione polare della traiettoria e dire se il punto raggiunge in un tempo finito il centro di forza.

Secondo Esercizio

In un piano verticale si fissi un sistema di riferimento Oxy , con asse Oy verticale ascendente. Si consideri un sistema meccanico formato da un anello che rotola senza strisciare sull'asse Ox . All'interno dell'anello si muove un sistema formato da due dischi e un'asta, con gli estremi dell'asta incernierati nei due baricentri dei dischi, che rotolano senza strisciare all'interno dell'anello (vedi figura).

Assumiamo che l'anello, l'asta e i dischi siano omogenei. Inoltre l'anello ha massa M e raggio R , i dischi hanno massa m e raggio r , l'asta ha massa m e lunghezza 2ℓ , e si ha $R = r + \ell$ per cui i punti dei dischi a contatto con l'anello sono diametralmente opposti.

Usando come coordinate l'ascissa s del baricentro B dell'anello e l'angolo θ che l'asta forma con la direzione verticale

- a) calcolare le velocità angolari dell'anello, dell'asta e dei dischi;
- b) determinare i centri istantanei di rotazione dell'anello, dell'asta e dei dischi;
- c) scrivere l'energia cinetica del sistema.