

# Compito di Meccanica Razionale

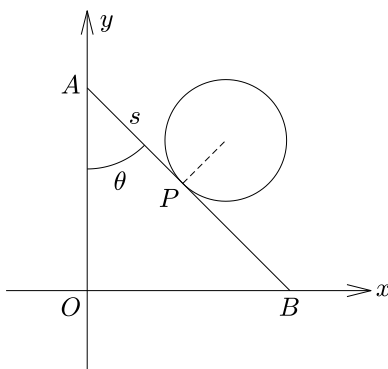
## Corso di Laurea in Matematica

6 Giugno 2017

(usare fogli diversi per esercizi diversi)

### Primo Esercizio

Si fissi in un piano un sistema di riferimento  $Oxy$ . Si consideri il sistema meccanico formato da un'asta con gli estremi  $A, B$  che scorrono lungo gli assi  $Oy, Ox$ . Sull'asta rotola senza strisciare un disco di raggio  $R$ .

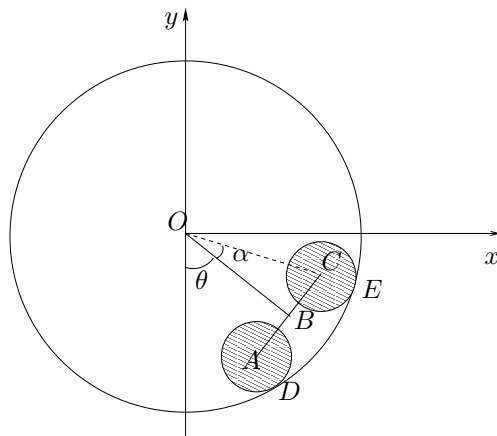


Usando come coordinate l'angolo  $\theta$  tra l'asta e la direzione di  $Oy$ , e l'ascissa  $s$  del punto di contatto  $P$  tra disco e asta (vedi figura)

- a) determinare la velocità angolare del disco;
- b) calcolare le coordinate del centro istantaneo di rotazione del disco.

### Secondo Esercizio

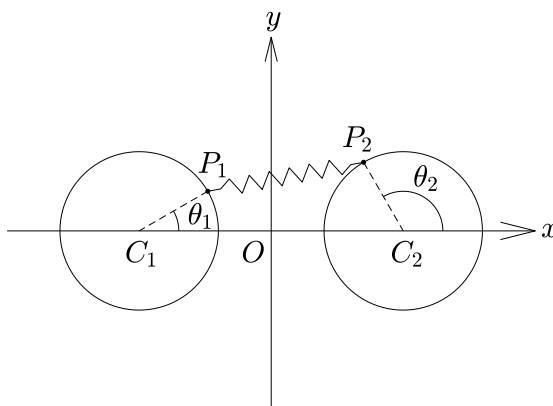
Si consideri il sistema meccanico, mobile in un piano verticale, formato da due dischi omogenei  $\mathcal{D}_1$  e  $\mathcal{D}_2$  di massa  $m$  e raggio  $r$  i cui baricentri  $A$  e  $C$  sono incernierati agli estremi di un'asta di massa trascurabile e lunghezza  $2\ell > 2r$ . I dischi possono rotolare senza strisciare su una guida circolare fissa di raggio  $R > 2\ell$ . Sul sistema agisce la forza di gravità, di accelerazione  $g$ .



Si fissi il sistema di riferimento  $Oxy$  con origine  $O$  nel centro della guida circolare ed asse  $Oy$  verticale ascendente (vedi figura). Utilizzando come coordinata l'angolo  $\theta$  tra l'asse  $Oy$  e la direzione individuata dal segmento  $BO$ , dove  $B$  è il punto medio dell'asta, scrivere l'equazione del moto attraverso le equazioni cardinali.

### Terzo Esercizio

In un piano orizzontale si fissi un sistema di riferimento  $Oxy$  e si consideri il sistema meccanico formato da due punti materiali  $P_1, P_2$  di massa  $m$  vincolati a scorrere senza attrito sul bordo di due guide circolari di uguale raggio  $r$  e centri  $C_1 \equiv (-d, 0), C_2 \equiv (d, 0)$ , con  $d > r$ . I punti  $P_1, P_2$  sono collegati da una molla di costante elastica  $k > 0$  e lunghezza a riposo nulla.



Per descrivere le configurazioni del sistema si usino gli angoli  $\theta_1, \theta_2$  formati dai segmenti  $P_1C_1, P_2C_2$  con l'asse  $Ox$  (vedi figura).

- a) Trovare le configurazioni di equilibrio del sistema;
- b) discutere la stabilità di tali configurazioni.