ISTITUZIONI DI MATEMATICHE II CdL GELOGIA

COMPITO del 3 Luglio 2000

1) Sia A la matrice:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -k \\ 1 & 1-h & 2-3k \\ -1 & h & -2 \end{pmatrix} .$$

(a) Determinare il rango della matrice A in funzione dei parametri reali h, k.
(b) determinare per quali valori dei parametri reali h, k ha soluzione il sistema:

$$A \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ h \end{pmatrix} ;$$

(c) scrivere la soluzione quando esiste.

2) Data la funzione di due variabili:

$$f(x, y) = e^x \cos y$$

considerata solo per $|x| \leq \pi, |y| \leq \pi$.
(a) Trovare i punti stazionari liberi.
(b) Disegnarne le curve di livello.
(c) Trovare il massimo ed il minimo assoluto.

3) Dato il campo vettoriale, definito su $\mathcal{R}^2 - (0, 0)$:

$$V = [e^{y^2} + \frac{kx}{x^2+y^2} \ , \ 2xy\, e^{y^2} + \frac{ky}{x^2+y^2}]$$

discutere, al variare del parametro k, se esso è conservativo, ed in tal caso trovare il potenziale.

4) Calcolare il volume e la superficie del solido D definito da:

$$D = \{(x, y, z) \in R^3 : 0 \leq y \leq (1 - x^2); \ 0 \leq z \leq y^2\}.$$