ISTITUZIONI DI MATEMATICHE II CdL GEOLOGIA

COMPITO PARZIALE del 17 Novembre 1999

1) Risolvere il sistema lineare:

$$\begin{cases} x+y+z & =\mathrm{k} \\ 3x+2y+hz & =0 \\ x \quad +3z & =2 \end{cases}$$

in funzione dei parametri reali h, k.

2) Determinare la forma canonica della seguente conica:

$$x^2+4xy+y^2+x-y+1=0$$

e descrivere il cambiamento di riferimento usato per ottenere la forma canonica.

3) Sia $\mathcal{P}_2$ lo spazio vettoriale dei polinomi di grado ≤ 2 a coefficienti reali, sia $f : \mathcal{P}_2 \longrightarrow \mathcal{P}_2$ l'applicazione lineare

$$f(P(x)) = xP'(x) + P'(-1)$$

(dove $P'(x)$ è il polinomio ottenuto derivando rispetto ad x). Si utilizzi la base di $\mathcal{P}_2$ costituita da $\{1, x, x^2\}$.

(a) Scrivere la matrice associata ad f

(b) dire se f è invertibile, e se non lo è determinarne il nucleo

(c) descrivere l'immagine di f.

4) Data la curva

$$\begin{cases} x(t) = 2\cos(2t) \\ y(t) = 3\sin(2t) \end{cases}$$

e la funzione di due variabili

$$f(x,y) = x^3 - y^3$$

si scriva la funzione composta

$$g(t) = f(x(t), y(t))$$

e se ne calcoli la derivata. Si verifichi che la stessa espressione della derivata si può ottenere mediante la formula del differenziale della funzione composta.