ISTITUZIONI DI MATEMATICHE II CdL GEOLOGIA

COMPITO del 7 febbraio 2000

1) Trovare il modello ottimale del tipo:

$$y = a \sin 2x + b \cos 2x + c$$

che meglio approssima nel senso dei minimi quadrati i dati:

$$\begin{aligned} x_1 &= -\frac{\pi}{6} \quad , \quad y_1 = 1 \\ x_2 &= \quad 0 \quad , \quad y_2 = 0 \\ x_3 &= \quad \frac{\pi}{6} \quad , \quad y_3 = 1 \end{aligned}$$

2) Data la funzione di due variabili:

$$f(x, y) = \sin(xy)$$

considerata soltanto su $D = \{x^2 + y^2 \leq \pi\}$:
(a) trovare i punti di massimo e minimo locali ed i punti di sella;
(b) disegnarne le curve di livello;
(c) trovare i punti di massimo e minimo assoluto.

3) Trovare il volume del solido di rotazione V definito dalle seguenti disequazioni:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 \leq \log z \\ x^2 + y^2 \leq \log(3 - z) \end{cases}$$

Facoltativo: trovare anche il momento di inerzia di V rispetto all'asse z.

4) Dato il campo vettoriale

$$[P(x, y), Q(x, y)] = \Big[\frac{2(x-1)}{[(x-1)^2 + y^2]} \, , \, \frac{2y[(x-1)^2 + 2y^2 + 1]}{(1 + y^2)[(x-1)^2 + y^2]}\Big]$$

dimostrare che è conservativo sul suo insieme di definizione.