ISTITUZIONI DI MATEMATICHE II CdL GEOLOGIA

COMPITO del 28 febbraio 2000

1) Sia $\mathcal{P}_2$ lo spazio vettoriale dei polinomi di grado ≤ 2 a coefficienti reali, sia $f : \mathcal{P}_2 \longrightarrow \mathcal{P}_2$ l'applicazione lineare

$$f(P(x)) = P''(x) + x^2 \int_0^1 P(t)\, dt$$

(dove $P''(x)$ è il polinomio ottenuto derivando due volte rispetto ad x).
Si utilizzi la base di $\mathcal{P}_2$ costituita da $\{1, x, x^2\}$.
(a) Scrivere la matrice associata ad f
(b) dire se f è invertibile, e se non lo è determinarne il nucleo
(c) descrivere l'immagine di f.

2) Data la funzione di due variabili:

$$f(x, y) = (x^2 + y^2)\, e^y$$

considerata soltanto sul quadrato $D = \{|x| + |y| \leq 1\}$:
(a) trovare i punti di massimo e minimo locali ed i punti di sella;
(b) disegnarne le curve di livello;
(c) trovare i punti di massimo e minimo assoluto.

3) Trovare il volume ed il baricentro del solido di rotazione V definito dalle seguenti disequazioni:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 \leq 1 - z \\ x^2 + y^2 \leq 1 - z^2 \end{cases}$$

(*Suggerimento:* $1 - r^2 \leq \sqrt{1 - r^2}$ se $|r| \leq 1$)