COMPITO DI ANALISI II PER STUDENTI DI FISICA

Si prega di indicare **nome e cognome** su ogni foglio del compito e di numerare le pagine.

Esercizio 1 Si calcoli il seguente integrale

$$\int_D 2z\,dx\,dy\,dz,$$

dove

$$D = \Big\{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : \frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{2} + z^2 \le 1;\ x^2 + (y - \frac{1}{2})^2 \le z^2;\ z \ge 0\Big\}.$$

Esercizio 2 Si studi la funzione

$$f(x,y) = \frac{\log(4x^2 + y^2 - 4)}{x^2 - y^2 - 1}.$$

Esercizio 3 Si studi al variare di (t_0, u_0) il seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} u'\big(2u + (e+u^2)\log(e+u^2)\big) = 2(e+u^2)e^{-u}\,t\,e^{-t^2} \\ u(t_0) = u_0. \end{cases}$$

In particolare

1. si dimostri anzitutto che $2y + (e+y^2)\log(e+y^2) > 0\ \forall y \in \mathbb{R}$;
2. si studino le simmetrie della famiglia delle soluzioni;
3. si trovino le coppie (t_0, u_0) tali che la soluzione corrispondente sia definita su tutto $\mathbb{R}$;
4. si tracci il grafico delle soluzioni al variare di (t_0, u_0).

Date: 06/07/2001.