Compito di Analisi I per studenti di Fisica
A.A. 2001-02 Nuovo Ordinamento
08/02/2002

Esercizio 1 Studiare la seguente funzione e tracciarne un grafico approssimativo al variare di $\alpha > 0$

$$f(x) = \log\left(\frac{1+e^{-\alpha x}}{1+e^{-\alpha x/2}}\right).$$

Esercizio 2

(a) Studiare la convergenza puntuale della seguente serie. Su quali intervalli converge uniformemente?

$$\sum_{n=2}^{+\infty} \frac{log_n(x)}{e^{nx}}.$$

(b) Studiare la convergenza puntuale e uniforme della seguente serie di funzioni al variare del parametro $\alpha > 0$.

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \left\{1 - \frac{n}{x}\log\left(1+\frac{x}{n}\right)\right\}^{\alpha}.$$

Esercizio 3 Sia $\alpha \in N \setminus \{0\}$.

(a) Si dica se è vero o falso che

$$\binom{\alpha n}{n} \geq \alpha^n$$

per ogni $n \in \mathbb{N}$ e lo si dimostri.

(b) si valuti il

$$\liminf_{n\to\infty} \frac{1}{\alpha^n}\binom{\alpha n}{n}.$$