Compito di Analisi I per studenti di Fisica
04/07/2002

Esercizio 1 Si consideri la funzione

$$f(x,y) = \left(\sin(x^2+y^2) - \frac{1}{2}(x^2+y^2)\right)^{\sin(x^2+y^2)} \cos\left(\frac{2}{\pi}x^2y^2\right) .$$

Si determinino il dominio D ed i segni di f. Si studino $\sup_D f$ e $\inf_D f$. Si dica se f ammette massimo e minimo assoluti.

Esercizio 2 Sia f una funzione continua in $[0,1]$ e derivabile in $]0,1]$. Dimostrare che se esiste $\lim_{x\to 0} xf'(x) = b$ dove $b \in [-\infty, +\infty]$ allora $b = 0$. Può accadere che tale limite non esista?

Esercizio 3

(i) Studiare la convergenza puntuale ed uniforme della seguente serie di funzioni:

$$\sum_{n=0}^{+\infty} \arctan\left[(\tan x)^n\right]$$

dove $x \in]-\pi/2, \pi/2[$.

(ii) Studiare la convergenza della serie numerica

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \left(n^{1/n^\alpha} - 1\right)$$

al variare del parametro reale α.