Prova Scritta di Analisi Matematica III

Corso di Laurea in Fisica

Pisa, 08 gennaio 2004

1) Si consideri il solido omogeneo D, di densità $\rho = 1$, definito da

$$D := \left\{ (x,\, y,\, z) \in \mathbb{R}^3 \; : \; -\frac{1}{2} + x^3 + y^2 \leq z\,; \; \frac{1}{2} + x^3 - y^2 \geq z\,; \; -1 \leq x \leq 1 \right\}.$$

Calcolare i momenti di inerzia di D relativi agli assi cartesiani x, y, z.

2) Si studi la funzione

$$f(x,y) := \frac{e^{x+y}}{\log(x^2 + y^2 - 1)}\,.$$

Si concluda individuando la natura degli eventuali punti stazionari.

3) Si consideri la funzione

$$f(x,y,z) := h(x) + y + k(z)\,,$$

dove

$$h(x) = \sum_{i=1}^{8} \frac{x^i}{i} \qquad k(z) = \sum_{j=1}^{8} \frac{z^{2j-1}}{2j-1}\,.$$

Trovare i punti stazionari di $f(x,y,z)$ vincolati al piano di equazione $x + y + z = 1$.

Si dica inoltre se la funzione f ristretta a tale vincolo ammette massimi o minimi assoluti.