Prova Scritta di Analisi Matematica III

Corso di Laurea in Fisica

Pisa, 13 giugno 2003

1) Si studi la funzione di due variabili reali

$$f(x,y) := \frac{\log(1+x^3y^3)}{x^2+2y^2} \ .$$

2) Trovare i massimi ed i minimi della funzione

$$f(x,y,z) := xyz$$

ristretta al vincolo definito dall'intersezione dei due insiemi seguenti:

$$\{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 = y^2 + z^2\} \, ; \qquad \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : yz = 2\} \ .$$

3) Si consideri il dominio

$$\mathcal{D} := \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : (x^2+y^2)^2 \le z \le x^2+y^2\}$$

e la famiglia di funzioni

$$f_\beta(x,y,z) := \frac{z^\beta}{x^2+y^2+z^2}$$

con $\beta \in \mathbb{R}$. Discutere al variare di β l'integrabilità di f_β su $\mathcal{D}$ e calcolare esplicitamente

$$\int_{\mathcal{D}} f_{\frac{1}{2}}(x,y,z)\, dx\, dy\, dz \ .$$