II Compitino di Analisi Matematica III

Corso di Laurea in Fisica

Pisa, 18 dicembre 2002

1) Si consideri il dominio

$$\mathcal{D} = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + 4z^2 \leq 1;\ x^2 + 4y^2 + z^2 \leq 1\};$$

calcolare il seguente integrale:

$$\int_{\mathcal{D}} |xyz|\, dx\, dy\, dz\ .$$

2) Sia data la funzione $\varphi : \mathcal{D} \longrightarrow \mathbb{R}$ definita da

$$\varphi(x, y, z, w) := e^{xw} + yz - z^2,$$

essendo $\mathcal{D} \subseteq \mathbb{R}^4$ l'insieme

$$\mathcal{D} := \left\{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 :\ x^2 + yz + w^2 = 2;\ xw + z^4 = 1\right\}.$$

1. Trovare i punti stazionari di φ.
2. Trovare l'inf e il sup di φ.
3. Trovare gli eventuali punti di massimo o minimo.

3) Calcolare il seguente integrale:

$$\iiint_{\mathcal{D}} \frac{2x + \cos(x + 1) + 2}{(y + 1)^2\,(1 + z^2)}\, |z|\, dx\, dy\, dz\ .$$

dove il dominio $\mathcal{D}$ è dato da

$$\mathcal{D} := \left\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 :\ 0 \leq x \leq 1;\ z^2 - y \leq 0;\ 0 \leq y \leq (x + 1)^2 + \sin(x + 1) - 1\right\}.$$