Prova Scritta di Analisi Matematica III

Corso di Laurea in Fisica

Pisa, 26 settembre 2003

1) Si consideri il solido omogeneo $\mathcal{S}$ (con densità unitaria), definito da

$$\mathcal{S} = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 2x^2 + 2y^2 + z^2 \leq 1;\ x^2 + y^2 \leq z\}\,.$$

Calcolare il baricentro di $\mathcal{S}$ ed il suo momento di inerzia rispetto all'asse z.

2) Si consideri il dominio $\mathcal{D}$, definito da

$$\mathcal{D} = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : z \geq 2 - \sqrt{x^2 + y^2}\,; z \leq 1\,; x^2 + y^2 \leq 16\}\,.$$

Calcolare i seguenti integrali:

(i) $\int\int\int_{\mathcal{D}} e^{\sqrt{x^2+y^2}}\,dx\,dy\,dz$;

(ii) $\int\int\int_{\mathcal{D}} \sin(x)\, e^{\sqrt{x^2+y^2}}\,dx\,dy\,dz$.