Prova Scritta di Analisi Matematica III

Corso di Laurea in Fisica

Pisa, 29 gennaio 2004

1) Si studi la funzione di due variabili reali:

$$f(x,y) = e^{-x} \log\left(1 + \frac{x}{1+y^2}\right) .$$

2) Si consideri il dominio

$$\mathcal{D} := \left\{ (x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 \leq 1 \, ; \frac{1}{4}(x^2+y^2) + z^2 \leq 1 \, ; z \geq 0 \right\} .$$

Si discuta l'integrabilità della funzione

$$f(x,y,z) = \frac{\arcsin(z)}{\sqrt{1-z^2}} \frac{1}{\sqrt{x^2+y^2}}$$

sull'insieme $\mathcal{D}$ e si calcoli $\int_{\mathcal{D}} f \, dx \, dy \, dz$.

3) Si consideri la funzione

$$f(x,y,z) := x^2(2x^2-1) + \arctan(y^2+z^2) .$$

Studiare i punti stazionari di $f(x,y,z)$ vincolati all'insieme di equazione $y^2 + z^2 - \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 = 0$.