Prova Scritta di Analisi Matematica III

Corso di Laurea in Fisica

Pisa, 31 gennaio 2003

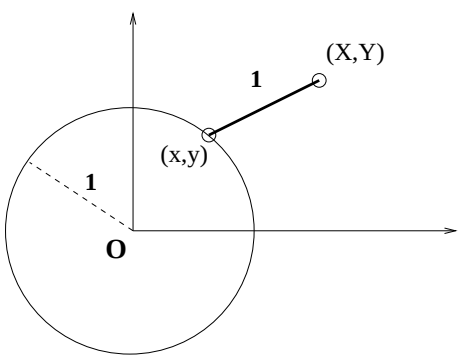
1) Calcolare il volume del solido

$$D := \left\{ (x,\, y,\, z) \in \mathbb{R}^3 \,:\, x^2 + \left(y + \frac{1}{2}\right)^2 \leq z \leq 2 - x^2 - \left(y - \frac{1}{2}\right)^2 \right\}.$$

2) Si studi la funzione

$$f(x,y) := \frac{\sin\left(\sqrt{x^2+y^2}\right)\, e^{-x^2}}{1+y^2}\,.$$

In particolare:

1. Si studino il dominio, i segni, le simmetrie di f ed i suoi limiti nei punti estremi del dominio;
2. si studi qualitativamente l'esistenza di massimi e minimi locali;
3. si trovino i punti stazionari di f;
4. si studi la natura dei punti stazionari trovati (per questo punto può essere utile utilizzare coordinate polari).

3) Un'asta di lunghezza unitaria nel piano ha un estremo $(x,\, y)$ vincolato alla circonferenza di centro O e raggio 1; il secondo estremo $(X,\, Y)$, libero, è soggetto ad un campo di forze di energia potenziale $V(x,y,X,Y) = X + Y$. Si trovino le posizioni di equilibrio dell'asta.