Prima Prova in "Itinere"
Meccanica Razionale e Analitica 18/4/2005
USARE FOGLI DIVERSI PER ESERCIZI DIVERSI

Primo Esercizio

Provare che il funzionale

$$J_1(y) = \int_0^1 \Big(y'^2 + y^2 - 2yx^3e^x\Big)dx$$

ha minimo assoluto nella classe delle funzioni

$$\mathcal{A} = \{y(x) \in C^1_S([0,1]), y(0) = 0\}$$

e calcolare tale minimo.

Secondo Esercizio

Considerare il funzionale

$$J_2(y) = \int_0^1 \Big(y'^2 + 2x^4y\Big)dx + y^2(0) + y^2(1)$$

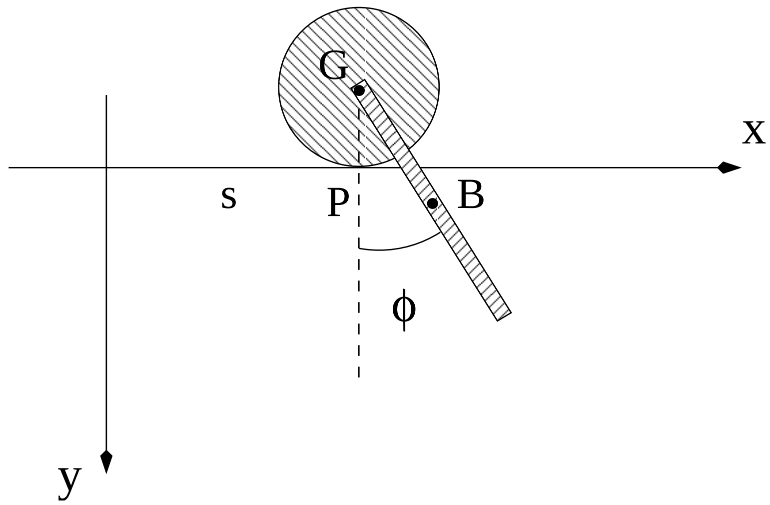
nella classe delle funzioni $C^1_S([0,1])$. Provare che il minimo assoluto esiste e trovarlo.

Terzo Esercizio

Si consideri il sistema piano costituito da un disco omogeneo di massa M e raggio R e da un'asta omogenea di massa m e lunghezza 2ℓ vincolata per un estremo al baricentro G del disco. Il disco è vincolato a rotolare senza strisciare sull'asse x. Denotiamo inoltre con B il baricentro dell'asta (vedi figura).

(i) Si descriva il moto del sistema tramite le equazioni cardinali utilizzando le coordinate s, ϕ, in cui s è l'ascissa del punto del disco P a contatto con

l'asse x e ϕ è l'angolo tra l'asta e la verticale, supposto crescente in senso antiorario;
(ii) si calcoli la componente della reazione vincolare Ψ_x tangente all'asse x nel punto P e si trovino le condizioni per cui tale componente è nulla.



Prova al calcolatore

(a) Con riferimento al primo e secondo esercizio e indicati con $y_1(x)$ e $y_2(x)$ i rispettivi minimi assoluti, calcolare tramite MAPLE $J_1(y_1)$ e $J_2(y_2)$. Tracciare i grafici di $y_1(x)$ e $y_2(x)$.

(b) Tracciare la curva algebrica

$$x^4 + 5y^2 - 2xy^2 - 2x + y = 0$$

nel quadrato $-2 < x < 2, \ -2 < y < 2$. Usare il comando grid=[100,100].