CORSO DI SISTEMI DINAMICI
COMPITO D'ESAME

Prof. Andrea Milani

12 Febbraio 2004

Esercizio 1: Dato il sistema dinamico

$$\begin{cases} \dot{x} & = & -x \\ \dot{y} & = & -y \\ \dot{z} & = & -z^3 \end{cases}$$

trovarne i punti di equilibrio e discuterne la stabilità.

Esercizio 2: Sia dato un corpo puntiforme di massa m, vincolato a muoversisull'iperbole

$$xy = 1$$

nel piano (x, y), che viene fatta ruotare (da forze esterne al sistema) con velocità angolare costante ω attorno all'asse verticale z (perpendicolare al piano (x, y).
Supponiamo che esso sia soggetto alla forza di richiamo di una molla di costante elastica k con estremo libero nell'origine del piano (x, y).
a) Si scrivano l'energia cinetica e quella potenziale, la funzione di Lagrange e le equazioni di Lagrange;
b) Si scriva la funzione di Hamilton, le equazioni di Hamilton e si trovino i punti di equilibrio del sistema dinamico Hamiltoniano, in funzione dei parametri (reali positivi) m, k, ω;
c) Si discuta la stabilità dei punti di equilibrio di cui al punto b), sempre in funzione dei parametri;
d) Si tracci un disegno qualitativo delle orbite nei principali casi.