CORSO DI SISTEMI DINAMICI
COMPITO PARZIALE no. 1

Prof. Andrea Milani - Dott. G.F. Gronchi

17 Novembre 2004

Esercizio 1: Dato il sistema dinamico lineare

$$\frac{d}{dt}\begin{bmatrix} x \\ y \\ u \\ v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x \\ y \\ u \\ v \end{bmatrix}$$

(a) trovare gli esponenti di Lyapounov, discutere la stabilità del punto di equilibrio;
(b) trovare la soluzione particolare con condizioni iniziali

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ u \\ v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \;;$$

(c) scrivere il flusso integrale.
Esercizio 2: Dato il sistema dinamico newtoniano ad un grado di libertà:

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -2x\left(x^2-1\right)\left(x^2-4\right) - \gamma\frac{dx}{dt}$$

si consideri dapprima il caso senza dissipazione, cioè con $\gamma = 0$:
a) si trovino i punti di equilibrio e se ne determini la stabilità;
b) si traccino qualitativamente le linee di livello dell'integrale dell'energia;
Si consideri quindi il caso con dissipazione, con $\gamma > 0$ ma piccolo:
c) si determini la stabilità dei punti di equilibrio;
d) si traccino qualitativamente le separatrici dei punti di sella nonlineare e si tratteggino i bacini di attrazione dei pozzi.