Esercizi sui Sistemi Lineari

Esercizio 1 Per quali valori di $k \in \mathbb{R}$ la matrice

$$A_k = \begin{pmatrix} 2e & -k \\ e & k \end{pmatrix}$$

non è semisemplice? Per tali valori risolvere il sistema

$$\begin{cases} \dot{X} = A_k \\ X(0) = X_0 \end{cases}$$

Esercizio 2 Sia $f : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$ l'applicazione definita da $f(z) = \mathcal{R}e(z) + \mathcal{I}m(z)$ e sia

$$A_{a,b,z} = \begin{pmatrix} a + f(z) & \mathcal{I}m(z) & 0 \\ 2\,\mathcal{I}m(\bar{z}) & a + f(\bar{z}) & 0 \\ b - a - f(\bar{z}) & b - a - \mathcal{R}e(z) & b \end{pmatrix}$$

con $a, b \in \mathbb{R}$ e $z \in \mathbb{C}$. Trovare gli autovalori di $A_{a,b,z}$ e discutere la risoluzione del sistema dinamico

$$\begin{cases} \dot{X} = A_{a,b,z} \\ X(0) = X_0 \end{cases}$$

nel caso $a = 0, b = 1, z = 2\,i$.

Esercizio 3 Tracciare il ritratto in fase del sistema dinamico lineare

$$\begin{cases} \dot{X} = A \\ X(0) = X_0 \end{cases} \qquad \text{dove } A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$$

Esercizio 4 Tracciare il ritratto in fase del sistema dinamico lineare

$$\begin{cases} \dot{X} = A \\ X(0) = X_0 \end{cases} \qquad \text{dove } A = \begin{pmatrix} 3 & -5 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$$