Meccanica Razionale e Analitica
USARE FOGLI DIVERSI PER ESERCIZI DIVERSI

Primo Esercizio

Considerare il funzionale

$$J(\mathbf{x}) = \int_0^1 (x_1^2 + x_2^2 + 2x_1'x_2')dt, \ \mathbf{x}(t) = (x_1(t), x_2(t))$$

nella classe delle funzioni

$$A = \{\mathbf{x} \in C^1([0,1]), \ x_1(0) = 0, \ x_2(0) = 0,$$

$$x_1(1) = sinh(1), \ x_2(1) = sinh(1)\}.$$

Trovare l'estremale che soddisfa le condizioni indicate.

Secondo Esercizio

Nel sistema rappresentato in figura le due carrucole hanno massa trascurabile, mentre i punti materiali pesanti applicati $P_1, \ P_2, \ P_3$ hanno masse rispettive $m_1, \ m_2, \ m_3$. Supposta la verticalità del sistema e che i due cavi inestendibili abbiano lunghezze rispettive L_1 e L_2, trovare con il metodo lagrangiano le equazioni di moto del sistema. Si assumano, con riferimento alla figura come parametri lagrangiani y_1 e y_2.

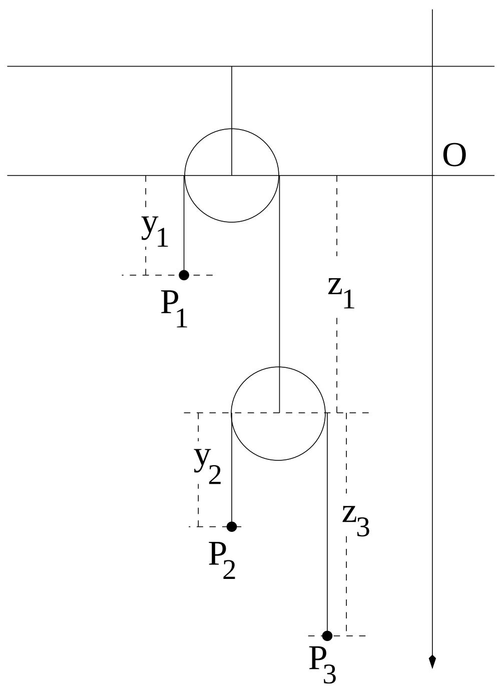

Figura 1

Terzo Esercizio

In un piano verticale si fissi un sistema di riferimento Oxy con asse y verticale ascendente. Si consideri il sistema meccanico costituito da un disco omogeneo di massa M e raggio R vincolato a rotolare senza strisciare lungo l'asse x. Ad un punto del bordo del disco è incernierato un estremo di una sbarretta di lunghezza ℓ e massa trascurabile. All'altro estremo della sbarretta è saldato un punto materiale di massa m. Utilizzando le coordinate lagrangiane θ, ϕ indicate in figura,

i) scrivere la lagrangiana del sistema e le equazioni di Lagrange;

ii) individuare le configurazioni di equilibrio e studiarne la stabilità.

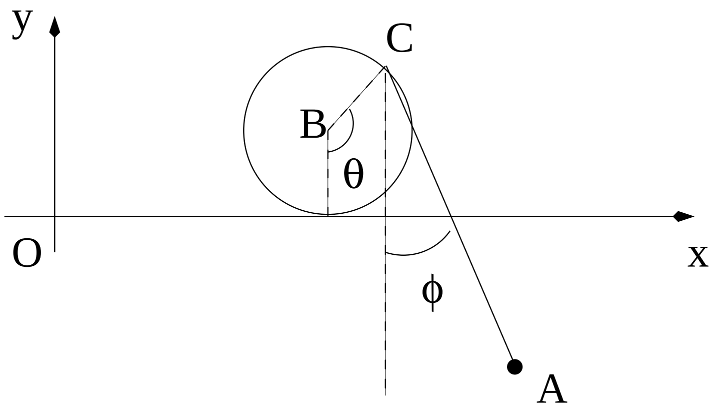

Figura 2

Prova al Calcolatore

Trovare l'estremale $\hat{\mathbf{x}}(t)$ del primo esercizio tramite MAPLE e provare che

$$inf\{J(\mathbf{x}); \mathbf{x}(t) \in A\} = -\infty.$$

Utilizzare come successione minimizzante

$$\mathbf{x}_n(t) = (\hat{x}_1(t) + sin(\pi n t), \hat{x}_2(t) - sin(\pi n t)).$$