Meccanica Razionale e Analitica
Seconda Prova in Itinere 11/6/2007
USARE FOGLI DIVERSI PER ESERCIZI DIVERSI

Primo Esercizio

Dato il funzionale

$$J(y) = \int_0^{\pi/2} \Big[(y'(x))^2 - (y(x))^2 + 2xy(x)\Big]\, dx$$

nella classe delle funzioni

$$A = \{y(x) \in C^1_S[0, \pi/2] : y(0) = 0,\, y(\pi/2) = 0,\, \int_0^{\pi/2} y(x)\, dx = 0\},$$

provare che ha minimo assoluto e trovarlo.

Secondo Esercizio

In un piano verticale si fissi un sistema di riferimento Oxy con asse y verticale ascendente. Si consideri in tale piano il sistema meccanico formato da un'asta omogenea AB , di massa m e lunghezza 2ℓ, con il baricentro incernierato nell'origine O. In ciascuno degli estremi A, B è incernierato un pendolo costituito da una sbarretta di lunghezza ℓ di massa trascurabile e da un punto materiale fissato ad un estremo della sbarretta; le masse dei due punti sono m_1, m_2 con $m_1 > m_2$.

Usando le coordinate lagrangiane θ, ϕ_1, ϕ_2 indicate in Figura 1:

a) scrivere la lagrangiana del sistema;

b) trovare le configurazioni di equilibrio e discuterne la stabilità;

c) assumendo $m_1 = 2m_2$ ed $m = 3m_2$ determinare le frequenze proprie delle piccole oscillazioni attorno alla configurazione di equilibrio stabile.

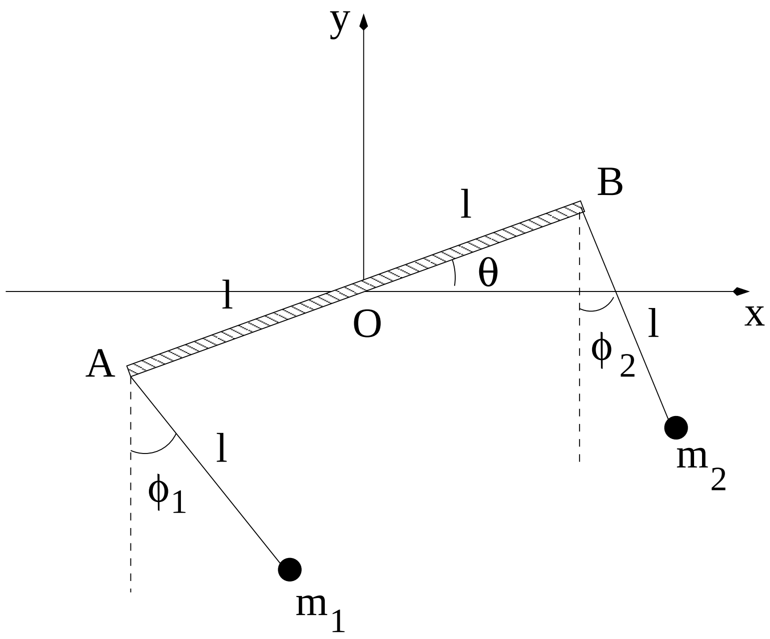

Figura 1

Prova al Calcolatore

Si considerino le due curve piane, in forma polare,

$$\rho_1(\theta) = \frac{\sin\theta}{2-\cos\theta}\,; \qquad \rho_2(\theta) = \frac{\sin\theta}{2+\cos\theta}\,;$$

definite per $\theta \in [0, \pi/2]$.
Disegnare il grafico delle due curve nello stesso piano cartesiano e calcolare l'area della regione nel primo quadrante delimitata da esse.