Meccanica Razionale e Analitica
Prima Prova in Itinere 24/4/2007
USARE FOGLI DIVERSI PER ESERCIZI DIVERSI

Primo Esercizio

Considerare il funzionale

$$J(y) = \int_0^1 \left[(14 + 6x + x^2) \left(\frac{dy}{dx} \right)^2 + 4y^3 \frac{dy}{dx} x + y^4 \right] dx$$

nella classe delle funzioni

$$A = \{ y(x) \in C_S^1[0,1], y(0) = 0, y(1) = 1 \}.$$

Provare che il minimo assoluto esiste e trovarlo.

Secondo Esercizio

In un piano verticale si fissi un sistema di riferimento Oxy con asse y verticale ascendente. Si consideri in tale piano il sistema meccanico formato da un disco omogeneo di massa M e raggio R vincolato a rotolare senza strisciare lungo l'asse x. Al centro B del disco è incernierato un estremo di una sbarra di massa m e lunghezza 2ℓ e all'altro estremo A della sbarra viene esercitata una forza costante $\vec{F}$ diretta lungo l'asse x. Sul sistema agisce inoltre la forza di gravità con costante di accelerazione g.

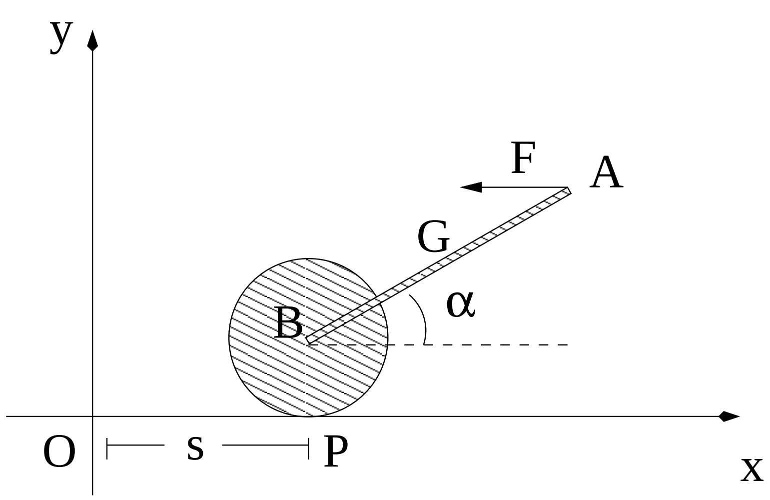

Figura 1

a) Usando come coordinate lagrangiane l'ascissa s del baricentro del disco B e l'angolo α che l'asta forma con la direzione dell'asse x (vedi Figura 1) si descriva il moto tramite le equazioni cardinali della dinamica.

b) Esiste una soluzione con α costante?

Prova al Calcolatore

Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = y(t) \\ \dfrac{dy}{dt} = z(t) \\ \dfrac{dz}{dt} = x(t) \end{cases}$$

con le condizioni iniziali

$$x(0) = 1, \; y(0) = 2, \; z(0) = 3.$$

Trovare con 9 cifre decimali esatte la lunghezza dell'arco di curva di equazioni parametriche

$$(x(t), y(x), z(t))$$

soluzione del precedente problema e relativo all'intervallo di variazione del parametro $t \in [0, 1]$.