CORSO DI SISTEMI DINAMICI
COMPITO D'ESAME

Prof. Andrea Milani - Dott. G.F. Gronchi

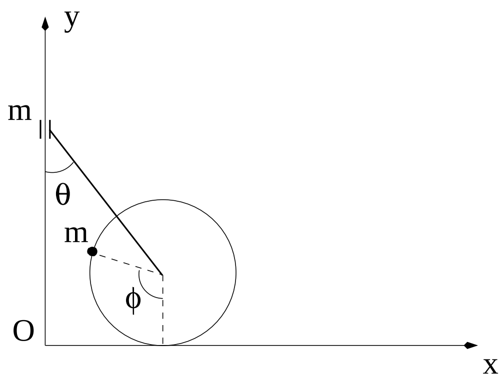
2 Luglio 2007

Esercizio 1: Esercizio 1: Dato il sistema dinamico lineare

$$\frac{d}{dt}\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/2 & 1/2 & 2 \\ -3/2 & -3/2 & -2 \\ -1/2 & 3/2 & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$$

(a) trovare gli esponenti di Lyapounov e discutere la stabilità del punto di equilibrio;
(b) trovare la soluzione generale del sistema .

Esercizio 2:
In un piano verticale si fissi un sistema di riferimento Oxy con asse y verticale ascendente. Si consideri in tale piano il sistema meccanico costituito da un corpo puntiforme di massa m saldato al bordo di un disco di raggio R e massa trascurabile. Il disco è vincolato a rotolare senza strisciare lungo l'asse x ed al suo centro è incernierato un estremo di una sbarretta di lunghezza $\ell = \pi R$ e massa trascurabile; l'altro estremo della sbarretta è vincolato a scorrere lungo l'asse y e ad esso è saldato un altro corpo puntiforme di massa m (vedi figura). Sui corpi agisce inoltre la forza di gravità, di accelerazione g.



Utilizzando come coordinata lagrangiana l'angolo $\theta \in (0, \pi)$, che la sbarretta forma con l'asse y,
a) si scriva l'equazione di Lagrange;
b) si scrivano la funzione di Hamilton e le equazioni di Hamilton;
c) si trovino i punti di equilibrio nell'intervallo $(0, \pi)$ e si discuta la loro stabilità.