Compito parziale di Meccanica Razionale e Analitica

17 Aprile 2008

(usare fogli diversi per esercizi diversi)

Primo Esercizio

Un corpo di massa unitaria è soggetto ad una forza centrale

$$\mathbf{F}(\mathbf{r}) = \left(-\frac{1}{r} - \frac{\alpha}{2\,r^3}\right)\mathbf{e}_r\ , \quad \alpha \in \mathbf{R}\ ,$$

dove $r = |\mathbf{r}|$ è la distanza del corpo dal centro di forza ed $\mathbf{e}_r$ è il versore radiale.

a) Scrivere l'energia potenziale efficace e discutere qualitativamente il moto al variare del parametro reale α e della componente ℓ del momento angolare ortogonale al piano del moto.

b) Discutere l'esistenza di orbite circolari e in caso affermativo trovarne il periodo.

Si consideri poi il moto con condizioni iniziali

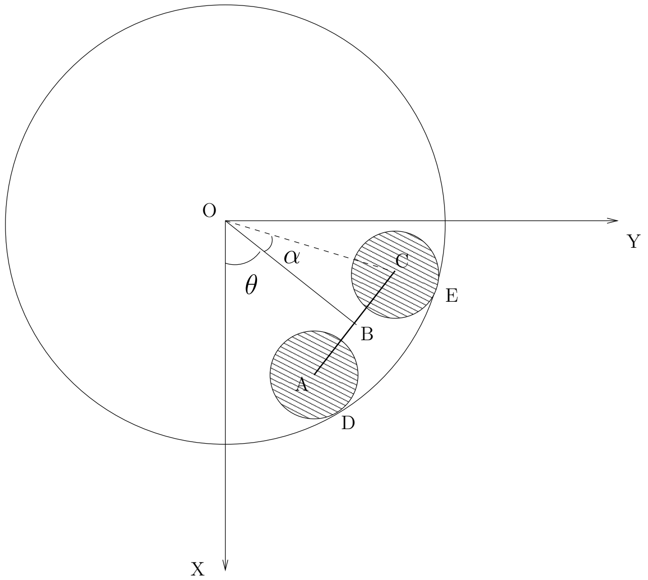
$$\mathbf{r}(0) = 2\,\alpha^{\frac{1}{3}}\,\mathbf{e}_r(0)\,, \quad \mathbf{v}(0) = \frac{\sqrt{2}}{2}\,\alpha^{\frac{2}{3}}\,\mathbf{e}_\theta(0)\,,$$

in cui $\mathbf{e}_\theta$ è il versore relativo alla coordinata polare θ, ortogonale ad $\mathbf{e}_r$.

c) Esistono dei valori di α per cui tale moto è circolare?

Secondo Esercizio

Si consideri il sistema meccanico, mobile in un piano verticale, formato da due dischi omogenei $\mathcal{D}_1$ e $\mathcal{D}_2$ di massa m e raggio r i cui baricentri A e C sono incernierati agli estremi di un'asta di massa trascurabile e lunghezza $2\ell > 2r$. I dischi possono rotolare senza strisciare su una guida circolare fissa di raggio $R > 2\ell$.



Si fissi il sistema di riferimento $Oxyz$ con origine nel centro della guida circolare ed assi x, y nel piano del moto (vedi figura). Utilizzando come coordinata l'angolo θ tra l'asse x e la direzione individuata dal segmento $\overline{BO}$, dove B è il punto medio dell'asta, scrivere l'equazione del moto attraverso le equazioni cardinali.