Compito parziale di Istituzioni di Fisica Matematica
12 Maggio 2011
(usare fogli diversi per esercizi diversi)

Primo Esercizio

In un piano verticale si fissi un sistema di riferimento Oxy con asse Oy verticale ascendente. Si consideri in tale piano il sistema meccanico formato da una lamina quadrata $\mathcal{L}$, omogenea, di massa m e semidiagonale d. Il vertice P di $\mathcal{L}$ è incernierato all'asse Ox e può scivolare liberamente su di esso (Ox è un vincolo liscio). Detto B il baricentro della lamina, introduciamo le coordinate lagrangiane s, θ dove s è l'ascissa di P e θ l'angolo che PB forma con Ox.

i) Trovare le coordinate del centro istantaneo di rotazione;

ii) scrivere le equazioni di Lagrange per il sistema;

iii) ritrovare il risultato del punto ii) tramite le equazioni cardinali della dinamica.

Secondo Esercizio

Si fissi un sistema di riferimento $Oxyz$ con asse Oz verticale ascendente. Si consideri il sistema meccanico formato da due dischi omogenei $\mathcal{D}_1, \mathcal{D}_2$, di massa M e raggio R e da un terzo disco omogeneo $\mathcal{D}$ di massa m e raggio r.

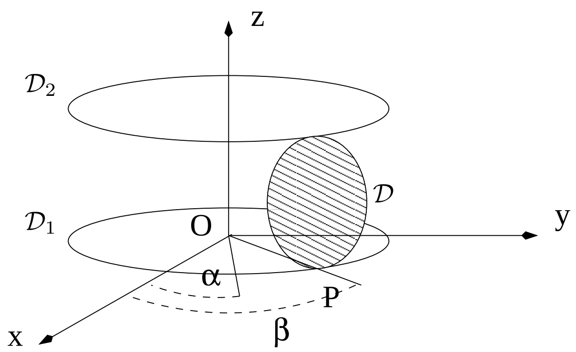

Figura 1:

Il disco $\mathcal{D}_1$ si muove nel piano Oxy e può ruotare attorno all'asse Oz, a cui è incernierato il suo baricentro. $\mathcal{D}_2$ si muove in un piano parallelo a quello di $\mathcal{D}_1$, e ha anch'esso il baricentro incernierato all'asse Oz. $\mathcal{D}$ può rotolare senza strisciare sui bordi di $\mathcal{D}_1$ e di $\mathcal{D}_2$ mantenendosi sempre ortogonale ad essi (vedi Figura 1).

Si usino come coordinate lagrangiane l'angolo α tra l'asse Ox e un raggio fisso di $\mathcal{D}_1$ e l'angolo β tra OP ed Ox, con P il punto di contatto tra $\mathcal{D}_1$ e $\mathcal{D}$.

i) Trovare le velocità angolari di $\mathcal{D}_1, \mathcal{D}_2, \mathcal{D}$;

ii) scrivere l'energia cinetica del sistema.